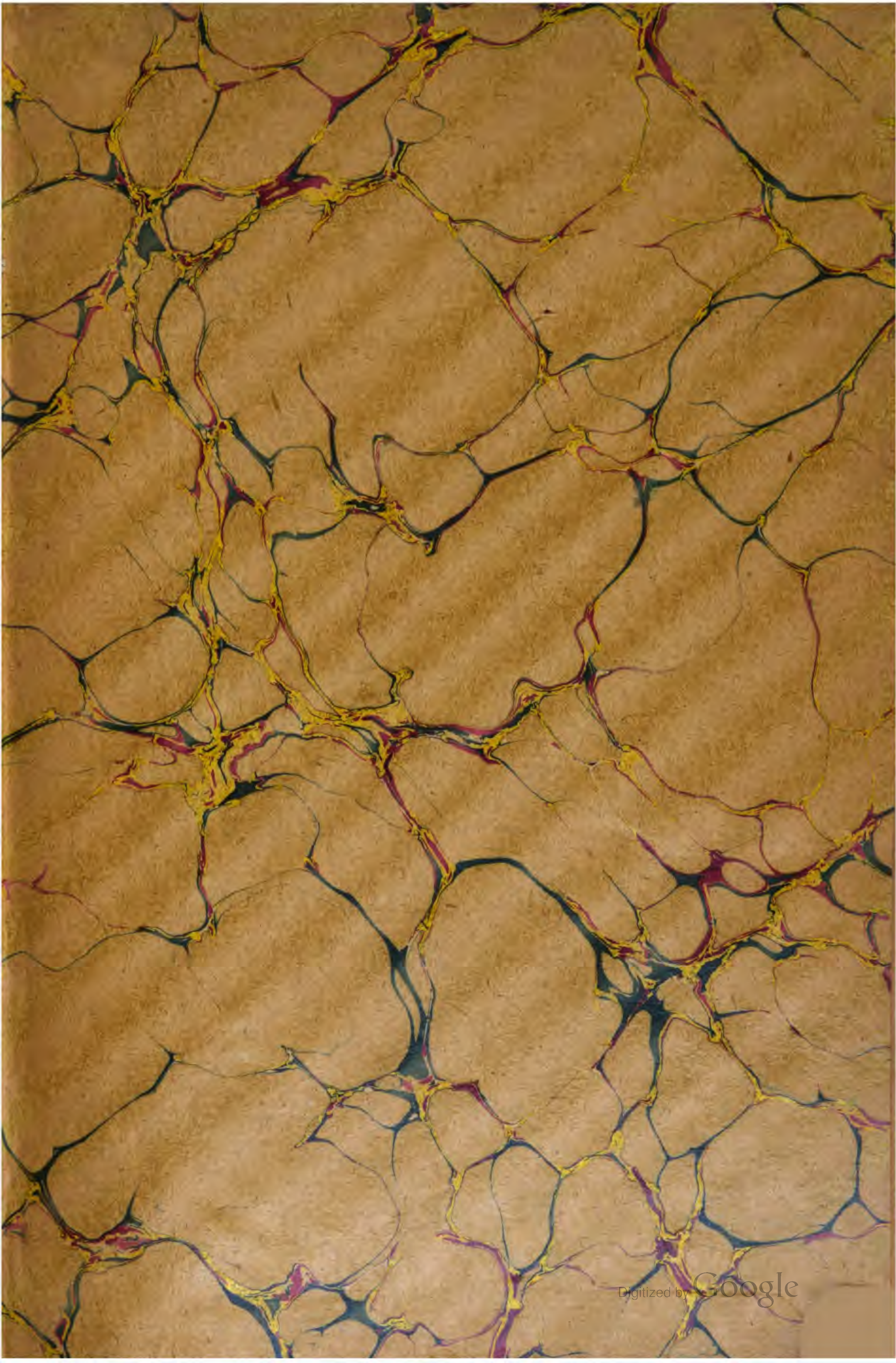

TBP
K83


Library
of the
University of Wisconsin



INTRODUCTION

A UNE

THÉORIE NOUVELLE

DES

MÉCANISMES

INTRODUCTION

A UNE

THÉORIE NOUVELLE

DES

MÉCANISMES

PAR

G. KŒNIGS

PROFESSEUR DE MÉCANIQUE PHYSIQUE ET EXPÉRIMENTALE
A LA SORBONNE

PARIS
LIBRAIRIE SCIENTIFIQUE A. HERMANN
ÉDITEUR, LIBRAIRE DE S. M. LE ROI DE SUÈDE ET DE NORVÈGE
6 ET 12, RUE DE LA SORBONNE, 6 ET 12

1905

INTRODUCTION

Je me suis proposé dans cet écrit de résumer l'ensemble des vues, des principes, des notions sur lesquelles je fonde l'étude de la composition des machines et des liaisons qui s'y trouvent réalisées. L'expérience m'a prouvé l'utilité de ma doctrine, qui constitue surtout une méthode d'analyse plus encore qu'une classification. J'ai dû formuler au début quelques critiques à l'égard de mes devanciers. Puisque je croyais devoir suivre une autre voie qu'eux, je devais bien dire mes raisons. Du reste si ces critiques s'adressent à l'ensemble de la doctrine, elles laissent entière ma haute estime pour d'importantes questions techniques traitées de main de maîtres par Willis, Haton, Reuleaux dans leurs ouvrages.

Dans des publications ultérieures je me propose de développer et d'appliquer les principes que je me borne à exposer ici.

G. Kœnigs.

CHAPITRE PREMIER

—

TRAVAUX ANTÉRIEURS

1. — Lorsque j'eus l'honneur d'être appelé à la chaire de mécanique physique et expérimentale de la Faculté des Sciences de l'Université de Paris, d'après la tradition une partie de l'enseignement devait y être consacrée à la cinématique et à ses applications aux machines.

L'ouvrage que j'ai publié il y a quelques années sous le titre « Leçons de cinématique » représente la partie purement théorique et mathématique de cet enseignement. La partie qui concerne les applications me réservait de plus sérieuses difficultés.

Certes les routes à suivre ne manquaient pas. C'était, d'une part, la doctrine de Monge, Hachette, Lanz et Bétancourt, reprise par Laboulaye, continuée avec quelques altérations par Bélanger et consacrée par la longue pratique de maîtres souvent éminents. C'était d'un autre côté, la doctrine plus fine et plus savante de Willis et la doctrine très voisine de celle-là émise par M. Haton de la Goupillière. Enfin, j'avais aussi devant moi l'ouvrage déjà ancien et toujours jeune de Reuleaux.

Suivant des traditions et des exemples anciens, j'aurais pu tout simplement faire un choix parmi ces trois écoles, et me livrer à l'une d'elles avec confiance et commodité.

Mais j'eus la curiosité de vouloir éclairer mon choix d'un peu de critique personnelle. J'appartiens, en effet, à cette école de mathématiciens qui estiment qu'il serait illusoire de s'évertuer à donner aux méthodes mathématiques la rigueur et la précision qui font leur force, si, dès que l'on pénètre dans les applications, on doit se départir de méthode, de rigueur et de précision.

Au risque de passer pour présomptueux, je ne crains pas de déclarer que rien, dans les théories existantes concernant les mécanismes, ne me donna satisfaction à cet égard. Je ne trouvais en effet que des classifications artificielles et superficielles, fondées sur des distinctions arbitraires, non homogènes et même souvent contradictoires, sans la moindre idée maîtresse ni même seulement générale. J'étais bien forcé de me dire que si certains domaines d'applications n'excitent point l'intérêt des mathématiciens et si, par conséquent, ces applications ne profitent pas, comme il conviendrait, des progrès des mathématiques, c'est que l'on ne s'est pas préoccupé d'y déblayer le terrain, d'en ouvrir l'accès à l'esprit mathématique par une analyse attentive et par l'introduction de notions générales et de définitions précises, fruits de cette analyse.

Qu'attendre en effet de l'esprit mathématique en une matière qui ne présente rien de précis, de défini et de général et où l'on ne rencontre que des contingences, des individus isolés... juxtaposés tout au plus? De chacun de ces êtres individuellement pris, la géométrie peut bien faire l'étude spéciale et séparée, donner l'explication de la coulisse de Stephenson, puis celle du parallélogramme de Watt, puis celle du rouage lunaire et ainsi de suite; mais on ne peut pas dire que ces monographies successives, à la forme toute géométrique, constituent une doctrine d'ensemble et surtout une doctrine mécanique.

En réalité le ciment fait défaut entre tous ces objets; ils n'ont aucun principe commun : on n'a placé au-dessus d'eux aucune notion générale qui les domine, les pénètre tous et se réalise en chacun d'eux. Ils n'ont en commun qu'une chose, le nom de mécanisme.

2. — Du reste, est-on bien d'accord sur le sens qu'il convient de donner à ce mot « mécanisme » ?

Pour Monge, Hachette, Lanz et Bétancourt et leurs disciples, un mécanisme est un engin qui permet de transformer un mouvement *donné* en un second qu'il s'agit de *produire*. La nature de chacun de ces deux mouvements, circulaire, rectiligne ou suivant une courbe donnée, continu ou alternatif (de va-et-vient), paraît aux auteurs fournir les éléments suffisant d'une classifications qui constitue toute leur doctrine. Mais il faut bien convenir que si les termes

de cette définition et de cette classification sont fort précis et même un peu étroits en ce qui concerne le *but atteint*, ils sont singulièrement vagues en ce qui concerne l'engin lui-même.

Car des engins extrêmement différents peuvent produire les mêmes effets, qu'il s'agisse, par exemple, de transformer un mouvement circulaire continu en un autre mouvement circulaire continu, on y pourra parvenir au moyen d'un système de manivelles reliées par une bielle, au moyen d'engrenages, au moyen de roues de friction, de poulies et de courroies. Un ventilateur rotatif envoyant de l'air dans un tuyau à l'extrémité duquel serait une roue à ailettes, comme en ont les anémomètres, pourrait aussi être regardé comme un moyen de transformer le mouvement circulaire continu du ventilateur dans le mouvement circulaire continu de la roue. Voilà donc des engins de natures mécaniques essentiellement différentes et que la classification de Monge rapproche pourtant en ignorant leurs dissemblances. Mais la classification de Monge est commode à cause de sa simplicité ; elle ne suppose aucune connaissance préalable ; elle peut être saisie de tous sans préparation et mérite bien par là l'épithète de populaire que lui a décochée Willis. En raison de sa facilité, en raison de son apparence scientifique, une grande prévention s'est créée en sa faveur, et, comme elle laisse croire qu'elle suffit à tout et qu'elle ne laisse rien à chercher, si non d'ajouter quelques carrés au tableau de Lanz et Bétancourt, elle a aussi créé un état défavorable de prévention à l'encontre de toute tentative qui se forme en dehors d'elle.

Cela est si vrai que toutes les tentatives ultérieures, telles que celles de Willis et de Haton de la Goupillière, bien que conçues sur des bases beaucoup plus profondes et plus dignes de l'épithète de scientifiques, n'ont pu arriver à prévaloir contre elle et que nous voyons encore cette doctrine « populaire de Monge » en honneur dans les enseignements les plus élevés comme dans les plus élémentaires.

3. — Willis et Haton de la Goupillière ont eu le souci de remédier aux lacunes graves que laisse subsister la classification de Monge. Willis n'a pas abandonné, tout à fait, l'idée d'avoir égard à un certain effet de modification ou de transmission de mouvement réalisé par le mécanisme, seulement il fait remarquer que

l'unique rôle du mécanisme est d'établir certains rapports entre le mouvement donné et le mouvement à produire et il élargit beaucoup par là le principe initial de la doctrine de Monge. Mais Willis ne s'en tient pas à ce principe ; il a eu le premier le très grand mérite de comprendre que le grand intérêt de l'étude d'un mécanisme, c'était moins la nature particulière de telle transformation de mouvement réalisée par lui, que sa constitution même et la nature des connexions établies entre ses membres.

Cette manière de voir se trouve encore accentuée dans les « mécanismes » de M. Haton de la Goupillière.

Par exemple, M. Haton observe que tout mécanisme se compose de membres rigides, dépendant les uns des autres, soit par contact direct, soit par des intermédiaires. La nature de ces contacts, la nature et la distribution des intermédiaires sont autant de données qui peuvent servir de base à une classification.

La question du mouvement produit est alors secondaire et se réduit à une simple question de profil pour les pièces. On ne peut plus clairement faire ressortir ce qu'il y a d'artificiel dans le point de départ de Monge, ni prendre plus catégoriquement le contre-poids de ses idées.

Mais si ces doctrines offrent un progrès considérable à l'égard de celles de Monge, on ne peut pas dire cependant qu'elles fournissent la solution définitive du problème.

Nous y voyons, par exemple, se classer les mécanismes dans lesquels le contact est direct en trois catégories selon que ce contact comporte roulement sans glissement des surfaces tangentes, ou bien glissement sans roulement, ou bien enfin glissement et roulement tout à la fois.

Cela irait fort bien si les mécanismes ne présentaient jamais qu'un couple de surfaces en contact. Mais il n'en est presque jamais ainsi. Habituellement, tout mécanisme offre plusieurs contacts des membres entre eux. Chacun de ces contacts offrira bien l'un des trois caractères précédents, mais ce caractère n'est pas forcément le même pour tous les contacts, en sorte que le mécanisme pourra fort bien appartenir à une classe par un de ses contacts et à une autre par un second.

Voilà, par exemple, dix roues de friction montées sur un même bâti, c'est-à-dire dont les arbres tournent dans des coussinets so-

lidaires de ce bâti. Le contact des roues comporte un roulement sans glissement, tandis que les tourillons des arbres réalisent avec les coussinets des contacts à glissement simple. Dans quelle catégorie dès lors classer ce mécanisme ?

Ainsi, la doctrine de Willis a bien pu parvenir à établir des caractères différentiels pour le contact de deux profils quels qu'ils soient, mais ce serait un grand tort, pour un mécanisme donné, de vouloir que le caractère d'un des contacts qu'il présente, devienne par privilège et à l'exclusion des autres, le caractère du mécanisme entier.

Voilà une des raisons qu'il y a, et certainement des plus graves, de ne point acquiescer à la classification de Willis.

4. — Mais en dehors de ce reproche spécial, il en est un autre, d'ordre plus élevé que l'on peut adresser, non seulement à Willis, mais encore à Monge et à tous les promoteurs d'une classification des mécanismes.

Si nous nous reportons aux sciences naturelles, nous trouvons que la Zoologie a commencé par n'être, avec Aristote, qu'une nomenclature descriptive, avec Linné elle a revêtu la forme plus haute d'une classification dont les zoologistes ultérieurs ont amélioré les termes ; mais les savants modernes, par l'institution de l'Anatomie comparée et de la Physiologie ont ouvert à la connaissance des êtres vivants un horizon singulièrement plus large, en fondant cette connaissance sur la balance et le microscope et sur l'analyse des éléments même de la vie.

Le machinisme est une véritable zoologie artificielle où le créateur est l'homme lui-même, guidé par une large et mystérieuse intuition.

Cela est si vrai que, comme la zoologie, son étude a commencé par n'être qu'une simple nomenclature, ainsi qu'en témoignent les écrits les plus anciens jusqu'au traité de Leupolden ; jusqu'à cette époque, les recueils de machines ne présentent que des descriptions plus ou moins détaillées sans aucun souci de rapprocher les uns des autres les engins qui s'y trouvent décrits.

Nous avons dit comment l'ère des classifications fut ensuite ouverte par Monge, Hachette, Lanz et Bétancourt, Laboulaye, Bélanger, et comment Willis et Haton de La Goupillière poursuivirent le même objet avec d'autres moyens.

Pour compléter l'évolution, il reste donc à créer, pour le machinisme, l'analogue de l'anatomie comparée et de la physiologie, autrement dit, il reste à porter son étude sur le terrain de l'analyse rationnelle.

Et, à vrai dire, est-ce que même l'institution d'une classification ne devrait pas être précédée d'une telle analyse? Ne peut-on pas imputer au défaut de cette analyse préalable l'insuccès de toutes les classifications qui ont été jusqu'ici produites.

Au surplus, rien ne nous assure qu'une classification se trouvera au bout de notre analyse. Et de fait, au lieu de chercher à comprendre dans une classification la totalité d'êtres aussi complexes que le sont et peuvent le devenir les mécanismes, ne sera-t-il pas plus profitable d'élucider à leur propos des notions et des principes généraux, de mettre de l'ordre dans un ensemble d'idées simples dont la combinaison indéfinie, aussi indéfinie que le caprice de l'homme, produira tous les mécanismes voulus.

Par exemple, à propos des courbes planes algébriques, n'est-il pas préférable à toute classification d'avoir pesé et élucidé les notions de degré, de classe, de genre, de points doubles, de tangentes doubles, de points de rebroussement, de tangentes d'inflexion ; d'avoir montré qu'entre ces éléments il existait des relations d'ordre algébrique, géométrique et même arithmétique ! Est-ce que l'étude de ces éléments ne constitue pas le meilleur de notre connaissance des courbes planes algébriques ?

Pourquoi n'en serait-il pas de même à propos des mécanismes ? C'est une idée de ce genre qu'a eue Reuleaux.

5. — La cinématique de Reuleaux a paru en France en 1877, peu après l'édition allemande. L'auteur s'y propose expressément l'analyse des machines, c'est malheureusement le sort des novateurs de s'affranchir eux-mêmes difficilement des traditions mêmes qu'ils veulent détruire et auxquelles ils prétendent faire susciter leur œuvre. Nous avons vu Monge et ses disciples, Willis lui-même dominés par cette idée qu'un mécanisme avait pour effet de transformer l'un dans l'autre deux mouvements (Monge) ou bien d'établir certains rapports entre deux mouvements (Willis). Ainsi la pensée de ces mouvements jouait un grand rôle, (moins grand il est vrai chez Willis) dans les deux doctrines.

Une idée du même genre a dominé Reuleaux : elle a été pour lui mauvaise conseillère.

Un mécanisme, dit Reuleaux, est un moyen de forcer un corps à prendre un mouvement *déterminé* ; et pour bien préciser sa pensée, il oppose l'un à l'autre le système machinal (tel un point d'une roue qui ne peut que décrire un cercle autour de son axe) et le système cosmique (tel le centre de masse d'un satellite décrivant autour de sa planète une orbite supposée circulaire).

Cette nécessité que s'impose arbitrairement Reuleaux, que tous les mouvements d'un mécanisme soient déterminés, est tout à fait fatale à sa doctrine. Nombreux en effet sont les mécanismes où les mouvements, ne sont pas *déterminés* et où le mouvement qui se produit résulte à la fois du jeu du mécanisme, de l'action des forces, et de l'état des vitesses à un moment donné.

Nous pouvons citer le cas d'un corps reposant sur un plan incliné.

Si, par exemple, le corps partant du repos, descend parallèlement aux lignes de plus grande pente, ce mouvement ne résulte pas seulement de l'inclinaison du plan, il a encore pour cause l'action de la pesanteur, et ce fait que les vitesses initiales des différents points du corps sont nulles.

Tout se passe évidemment, comme si le corps avait glissé dans le cylindre virtuel (c'est-à-dire non physiquement réalisé) qu'il enveloppe dans sa descente. Réalisé physiquement, ce cylindre constituerait avec le corps un mécanisme (une glissière prismatique), dans laquelle le mouvement serait, cette fois, parfaitement déterminé.

Tout se passe comme si c'était ce mécanisme *virtuel* qui avait fonctionné, malgré qu'en réalité, le seul mécanisme existant, utilisé, ce soit le plan en contact avec le corps. Seulement, comme dans ce dernier mécanisme, le mouvement n'est pas déterminé par le seul jeu du mécanisme et que Reuleaux n'admet que des mécanismes où le mouvement est déterminé, pour lui le plan incliné ne sera pas autre chose qu'une glissière prismatique incomplète, où les forces opèrent *une clôture*, c'est-à-dire suppléent à ce qui manque pour que le mécanisme fonctionne à la façon d'une glissière.

Il y a là une double erreur.

D'abord, si l'on imprimait au corps une vitesse de translation horizontale, il n'y a pas de force qui lui ferait suivre la direction des lignes de plus grande pente.

En second lieu, que dire d'une conception du mécanisme qui tend à regarder comme tel, non pas le machinisme vraiment employé, mais un machinisme virtuel, dont la définition résulte du conflit du mécanisme réel, des forces et des vitesses initiales ?

Mais à ce compte là, il y a mécanisme partout. Voilà un projectile sphérique dont le centre décrit dans l'espace une parabole. La surface sphérique S du projectile enveloppe une surface canal parabolique (virtuelle) Σ. Tout se passe comme si la sphère S se mouvait dans l'intérieur de Σ supposée physiquement réalisée. Ira-t-on, pour cela, assimiler le problème balistique au fonctionnement du mécanisme constitué par les surfaces S et Σ ? Un tel abus est à proprement parler la négation même de la notion de mécanisme.

Voilà donc toute la doctrine de Reuleaux faussée dès le début par une restriction malheureuse. Et cela est d'autant plus regrettable que l'éminent auteur abonde en idées ingénieuses, en aperçus nouveaux et féconds, qui ne peuvent se développer et suivre leur progression naturelle, par suite toujours de cette erreur initiale. Car il est à remarquer que dans un pareil travail de reconstruction, une erreur est d'autant plus grave que l'auteur a plus de force de déduction et de logique ; conduite par la main du maître elle pénètre partout et ne délaisse aucun coin.

Je ne crois pas devoir appuyer davantage sur des critiques dont l'insistance pourrait faire douter de la très haute estime où je tiens Reuleaux et son œuvre. Dans l'introduction à sa cinématique, s'adressant au général Poncelet encore vivant, Reuleaux disait « Amicus Plato, sed magis amica veritas. » C'est à notre tour d'adresser à M. Reuleaux cet aphorisme, car autant que Poncelet et Reuleaux nous aimons la vérité.

6. — En somme nous trouvons, au bout de notre examen critique, cette constatation que les diverses classifications proposées pour les mécanismes prêtent le flanc aux plus sérieuses objections, parce qu'elles reposent sur des considérations artificielles ou arbitraires au lieu de faire appel à quelques principes généraux et profonds visant la constitution intime du mécanisme. Nous en avons conclu qu'une analyse préalable était nécessaire, ne fut-ce que pour rechercher les bases d'une meilleure classification. Nous avons du

reste fait observer que rien n'assurait qu'une classification sortît de cette analyse, mais que cette analyse elle-même était de nature à nous donner une meilleure connaissance des machines et que ce résultat était de fait bien supérieur à l'établissement d'une classification. Nous avons vu que Reuleaux avait tenté cette analyse, mais que, dès le début, il avait compromis le succès de son œuvre par des restrictions inutiles et des vues inexactes.

Il ne me restait donc d'autre ressource que de reprendre moi-même l'œuvre tentée par Reuleaux vingt-cinq ans auparavant. J'avais pour m'y aider les essais même de Reuleaux. Pour m'y aider et pour me dérouter aussi parfois, car les notions que je développe sont, par endroit, très voisines de celles de Reuleaux, sans se confondre cependant avec elles.

CHAPITRE II

MÉCANISME ET MACHINE

7. — Mon premier soin devait être d'établir une définition précise de l'objet même de mon étude : le mécanisme.

Dans toute machine nous reconnaissons un ensemble de corps matériels résistants, soumis à des liaisons mutuelles et sur lesquels on fait s'exercer des forces naturelles. Ces corps résistants sont des corps solides, ou bien des corps animés assimilables à des surfaces tels que des voiles, des membranes, des tissus, ou bien des corps déliés assimilables à des courbes tels que fils, cordes, enfin parfois même certains fluides.

Quant aux liaisons, elles sont réalisées par le contact direct de certains de ces corps entre eux.

Si l'on fait abstraction des forces, il ne reste de la machine que *les corps qui la constituent et leur état de liaisons*. C'est en cela que consiste le mécanisme, en sorte que la théorie des mécanismes n'est rien autre que *l'étude des liaisons dans les machines*.

Pour faire une machine d'un mécanisme, il suffit de lui appliquer des forces et il apparaît ainsi que tout mécanisme donne lieu à autant de machines qu'on peut lui appliquer de systèmes de forces.

Quel est l'effet de l'application des forces à un mécanisme? Cet effet peut consister en un état de mouvement et nous aurons alors une machine *cinétique*, où les mouvements produits dépendront à la fois du mécanisme *et des forces*, ou bien l'effet des forces pourra consister en un état d'équilibre et nous aurons alors réalisé une machine statique.

On voit déjà par là combien Monge et ses disciples et Reuleaux lui-même sont dans l'erreur en voyant dans le mouvement produit le but suprême du mécanisme et en faisant de ce mouvement le point de départ. la base de leur doctrine.

Il est un troisième effet que peuvent produire les forces appliquées à un mécanisme ; les forces appliquées peuvent avoir pour effet de rompre l'état des liaisons en faisant cesser le contact de certaines pièces contigues de la machine. En fait lorsque l'on opère le démontage d'une machine, on ne fait pas autre chose qu'y appliquer des forces de cette nature, de façon à provoquer des déplacements dissociatifs.

Nous sommes ainsi amenés à constater qu'un mécanisme peut offrir deux catégories de mouvements. Les uns que nous appellerons *conservatifs*, résultent du jeu normal des liaisons et sont compatibles avec elles ; les autres mouvements seront des mouvements dissociatifs. Le mécanisme ne s'oppose pas à ces déplacements, seulement, dès que l'un d'eux s'est produit, fut-ce avec une amplitude infiniment petite, il y a quelque chose de dérangé dans les liaisons et un démontage de la machine a déjà commencé.

La considération de ces déplacements, a une utilité pratique et une utilité théorique. Une utilité pratique, parce qu'ils sont utilisés par le démontage et parce que c'est sur eux que reposent tous les dispositifs d'embrayage, de fermeture, les verrouillages, les enclanchements. Ils offrent aussi une grande utilité théorique parce que grâce à eux on peut exactement définir le rôle de l'idée de force dans la notion du mécanisme. Par l'exemple de la clôture par force suivant Reuleaux que nous avons cité plus haut, on a pu se rendre compte du danger qu'il y avait à ouvrir aux forces un accès trop large. Pour nous, ce rôle est en quelque sorte négatif, nous le définirons ainsi : *il ne faut pas que les forces appliquées dissocient le mécanisme*. Nous n'insisterons pas ici sur la partie de cette remarque, nous aurons occasion d'y revenir plus loin à propos des couples d'éléments.

8. — Ce rôle effacé que nous imposons à l'idée de force dans notre construction de la notion de mécanisme nous permet de préciser la nature des liaisons que nous y ferons entrer en ligne de compte. Il résulte en effet de notre manière de voir que les liai–

sons doivent être indépendantes complètement de la considération des forces quelles qu'elles soient.

Par exemple, s'il y a contact entre deux corps en sorte que ces corps glissent l'un sur l'autre, nous ferons totalement abstraction, dans notre conception du mécanisme, des effets dûs au frottement. Le frottement, en effet, est une force physique au même titre que la gravité et nous n'avons pas le droit de faire entrer l'une ou l'autre au rang des organes de liaisons. Dès que la considération du frottement s'introduit dans un mécanisme, celui-ci commence à devenir une machine. Par exemple, deux cylindres de friction ne représentent au point de vue du mécanisme que deux cylindres de révolution, à axes parallèles tangents. S'ils étaient parfaitement polis, ils rouleraient l'un devant l'autre sans s'entraîner. Lorsqu'ils s'entraînent, cela est le résultat d'une *force*, la force de frottement.

Ce n'est pas à dire bien entendu que les mécanismes qui fonctionnent grâce à une intervention spéciale du frottement seraient sans intérêt. Je veux dire seulement que leur étude doit être faite en dehors de celle que nous poursuivons.

J'en dirai autant des ressorts, des fils élastiques, des fluides élastiques ; leur configuration ou leur volume dépend des forces qui leurs sont appliquées, or, ces configurations, ces volumes entrent évidemment en ligne de compte dans la manière d'être des liaisons qui existent entre eux et les autres corps de la machine. Du fait de l'existence de ces corps déformables dans un mécanisme, celui-ci voit donc ses liaisons devenir fonctions des forces appliquées. Il n'est plus un simple mécanisme mais une machine. Nous devrons ainsi mettre à part les engins où figurent des corps susceptibles d'une déformation finie tels que les ressorts, les fils élastiques, les fluides élastiques.

Par contre, un fil inextensible, lorsqu'il est tendu (la distension résulterait d'un déplacement dissociatif) peut fort bien faire partie d'un mécanisme, car la tension qu'il transmet s'effectue sans aucun changement de sa longueur et l'état de liaison auquel il participe est indépendant de la grandeur de cette tension : même remarque pour une membrane tendue, pour un fluide incompressible comprimé.

On aura remarqué que l'existence d'un fil, d'une membrane

dans un mécanisme n'est en quelque sorte effective que si ces corps sont *tendus*, un fluide incompressible, que s'il est *comprimé*. Dans ces restrictions on voit une manifestation particulière de la règle que nous avons déjà posée sur l'exclusion des déplacements dissociatifs et des forces susceptibles de les produire.

CHAPITRE III

SYSTEMES BINAIRES ET COUPLES D'ÉLEMENTS

9. — Les liaisons sont réalisés dans un mécanisme par le moyen de contacts établis entre les corps qui le constituent ou, tout au moins, entre certains de ces corps.

Nous supposerons jusqu'à nouvel ordre que ces corps sont des solides indéformables. Nous étendrons ensuite aux cas des corps déformables les résultats que nous aurons obtenus.

Deux membres contigus (c'est-à-dire en contact direct) dans un mécanisme sont tangents entr'eux par les moyens de certains profils ouvrés sur ces deux corps. Chacun de ces profils constitue un élément cinématique : deux éléments cinématiques portés respectivement par deux corps contigus sont dits conjugués, ils représentent ce que nous appelons, suivant une locution de Reuleaux, un *couple d'éléments cinématiques conjugués*.

Le couple d'éléments est dès lors le siège du contact de deux corps contigus.

La notion de Reuleaux diffère de la mienne en ce que celui-ci suppose que tous les mouvements du mécanisme sont déterminés et que, par suite, un élément cinématique porté par un corps a pour enveloppe l'élément cinématique conjugué porté par l'autre dans le mouvement rotatif du premier corps par rapport au second.

Suivant cette manière de voir, tout couple d'éléments ne devrait présenter qu'un mouvement unique, être à liaison complète. En conséquence, l'emploi du couple sphérique, du couple plan, seraient des anomalies que l'auteur ne parvient à expliquer que par une intervention spéciale des forces, ainsi que nous l'avons déjà expliqué.

Pour nous, au contraire, une telle restriction n'existe pas. Bien plus, nous introduirons dans un instant un élément dont la notion va directement à l'encontre de cette restriction.

Nous devons auparavant définir ce que nous appellerons un système binaire.

La position relative de deux corps solides dépend de six paramètres.

Imaginons qu'entre ces six paramètres on établisse un certain nombre de relations, d'origine géométrique ou analytique, peu importe. Nous n'excluons pas du reste l'hypothèse où certaines de ces relations seraient des équations différentielles. A ce système de deux corps dont les six péramètres de position relative sont liés par des conditions, nous donnons le nom de *système binaire*.

La notion de système binaire est toute abstraite. A la théorie des mécanismes il appartient d'essayer d'en réaliser le *guidage*, c'est-à-dire d'établir un mécanisme dans lequel l'état de gêne relatif des deux corps soit précisément celui qui est prévu dans le système binaire.

Nous appellerons liberté du système binaire, le nombre des paramètres, au plus égal à six, qui restent indépendants.

Si, par exemple, les deux corps doivent avoir un point fixe commun, on sait que leurs positions relatives ne dépendent plus que de trois paramètres, ils forment un système binaire du degré 3 de liberté.

Considérons maintenant deux corps, A et B, unis par un couple d'éléments cinématiques établi entre eux. Le fait même de l'existence de ce couple produit un certain état de gêne entre A et B, en sorte qu'ils forment un système binaire dont nous dirons qu'il est guidé par ce couple. Nous pourrons alors appeler liberté du couple la liberté même du système binaire dont il réalise le guidage.

Par exemple, la liberté du couple sphérique (sphère pleine dans sa forme en creux) sera égale à *trois*.

Un système binaire pris au hasard n'est pas toujours susceptible d'un guidage par couple.

En effet, dans un couple les liaisons se traduisent toutes par des contacts de surface. Donc, pour qu'un système binaire soit directement réalisable par le moyen d'un couple, il faudra : 1° en pre-

mier lieu, que toutes les conditions analytiques existantes entre les paramètres soient finies et équivalentes à des équations traduisant le contact de certaines surfaces.

2° Il faudra, en second lieu, que, cette première condition étant remplie. les surfaces qui doivent entrer en contact, physiquement réalisées, puissent effectivement se toucher. Or, cela n'a pas toujours lieu, car on ne pourra jamais, par exemple, faire entrer en contact un plan et un hyperboloïde à une nappe physiquement réalisés, attendu que ce contact implique la pénétration des deux surfaces.

Supposons enfin ces deux conditions remplies et les contacts établis : tant qu'ils subsistent, l'état des liaisons est bien celui que suppose le système binaire, mais il faut nous souvenir qu'un mécanisme peut fort bien admettre des déplacements dissociatifs, et ceci nous amène à nous demander ce que peuvent bien être ces déplacements dissociatifs dans les couples d'éléments.

Supposons qu'un corps A et un corps B soient en contact par une surface S_1 pratiquée sur A et par une surface S'_1 pratiquée sur B. Soit M_1 le point de contact, M_1N_1 la normale commune dirigée vers l'intérieur du corps A que nous regardons comme fixe. Essayons d'imprimer un déplacement infiniment petit $\mathfrak{D}$ au corps B par rapport au corps A, dans le temps infiniment petit *dt* ; le point M_1 aura une certaine vitesse M_1V_1, dont nous désignerons par $\mathfrak{M}_1$ la projection sur la normale M_1N_1. Si $\mathfrak{M}_1$ est positif, c'est-à-dire si la projection de la vitesse a le sens M_1N_1, le déplacement $\mathfrak{D}$ aurait pour effet de faire pénétrer le point M_1 à l'intérieur du corps A, il en est empêché par l'impénétrabilité de ce corps. Le déplacement $\mathfrak{D}$ ne pourra donc se produire par suite de la butée en M_1 du corps B contre le corps A, nous dirons qu'il y a au point M_1 *appui* contre le déplacement $\mathfrak{D}$.

On sait d'ailleurs, par un théorème de cinématique générale, que si le déplacement $\mathfrak{D}$ est compatible avec la persistance du contact des surfaces S_1 et S'_1, la vitesse du point M_1 est dans le plan tangent commun aux deux surfaces et $\mathfrak{M}_1$ est nul. Si donc $\mathfrak{M}_1$ était négatif, c'est-à-dire, si la vitesse de M_1 se projetait en sens inverse de M_1N_1, d'une part, il n'y aurait plus butée de B sur A au point M_1 et en second lieu si le déplacement $\mathfrak{D}$ venait à se produire le contact des surfaces S_1 et S'_1 cesserait. Le déplacement $\mathfrak{D}$ se pré-

sente donc comme dissociatif à l'égard du contact des deux surfaces S_1 et S'_1.

Ceci posé, étant donné qu'un couple d'éléments suppose ordinairement plusieurs contacts entre les deux corps, désignons par S_1, S_2, S_3, ... des surfaces pratiquées sur le corps A, par S'_1, S'_2. S'_3, ... des surfaces pratiquées sur le corps B, respectivement conjuguées des premières, en sorte que M_1, M_2, M_3, ... soient les points de contact respectifs et $M_1 N_1$, M_2N_2, M_3N_3, ... les normales menées vers l'intérieur du corps A. Nous prendrons encore un déplacement infiniment petit $\mathfrak{D}$, s'effectuant dans le temps *dt* et nous représenterons par $\mathcal{M}_1$, $\mathcal{M}_2$, $\mathcal{M}_3$, ... les projections sur les normales des vitesses des points M_1, M_2, M_3, ... dans ce déplacement ; d'après ce qui précède, si seulement une des quantités $\mathcal{M}_i$ est positive, il y a appui contre ce déplacement. Si, au contraire, le déplacement peut se produire avec conservation de tous les contacts, autrement dit, si le déplacement est conservatif et résulte du jeu normal des liaisons tous les $\mathcal{M}_i$ devront être nuls. Reste donc le cas où aucun des $\mathcal{M}_i$ n'étant positif, tous les $\mathcal{M}_i$ ne sont pas nuls et où par conséquent les $\mathcal{M}_i$ sont nuls ou négatifs.

Dans ce cas, le déplacement sera dissociatif pour tous les contacts où $\mathcal{M}_i$ sera négatif.

Pour nous rendre mieux compte de ces déplacements dissociatifs, considérons l'un d'eux $\mathfrak{D}$ et soit $\mathfrak{D}_0$ le déplacement $\mathfrak{D}$ effectué *en sens inverse*. Pour le déplacement $\mathfrak{D}_0$, les vitesses seront directement opposées à celles du déplacement $\mathfrak{D}$; en particulier, les projections $\mathcal{M}_i$ relatives à ce déplacement $\mathfrak{D}_0$ seront égales et de signes contraires à celles du déplacement $\mathfrak{D}$. Or, par hypothèse, pour le déplacement $\mathfrak{D}$ tous les $\mathcal{M}_i$ étaient nuls ou négatifs. Donc pour le déplacement $\mathfrak{D}_0$ ils seront tous nuls ou positifs. En conséquence, il y aura appui contre le déplacement $\mathfrak{D}_0$, précisément aux points où le contact se trouve dissocié par le déplacement $\mathfrak{D}$.

En résumé, les déplacements dissociatifs sont tels qu'il y a appui contre leur opposé : pour ce motif nous les appelons *monocinétiques*, locution qui rappelle qu'ils ne peuvent se produire que dans un sens. Ils sont caractérisés par ce fait qu'aucun des $\mathcal{M}_i$ n'est positif et que certains d'entre eux sont négatifs.

En opposition avec ces déplacements sont les mouvements conservatifs, pour lesquels les $\mathcal{M}_i$ sont tous nuls, susceptibles de

s'effectuer dans les deux sens, et appelés pour ce motif *dicinétiques.*

Ces derniers sont les seuls qui correspondent aux différents états du système binaire, puisque dès qu'un déplacement monocinétique vient à se produire, le couple est aussitôt dissocié et le système binaire cesse d'être réalisé.

Nous appelons *parfaits* les couples d'éléments dénués de déplacements monocinétiques et imparfaits ceux qui en possèdent.

Prenons, par exemple, le couple vis et écrou, constitué sous la forme d'un écrou ordinaire enveloppant une vis pratiquée sur un noyau cylindrique. Nous aurons là un type de couple parfait.

Supposons, au contraire, ainsi que cela se rencontre quelquefois, notamment dans certaines machines à diviser, que l'on ait coupé en deux parties égales l'écrou, au moyen d'un plan méridien et supprimé l'une des deux moitiés, nous aurons alors un couple imparfait, attendu que l'ablation immédiate de l'écrou est devenue possible grâce à un déplacement de translation normal à l'axe de la vis.

Il nous est actuellement possible de définir ce que nous entendons par *clôture.* On va se rendre compte de l'essentielle différence avec la notion à laquelle Reuleaux a donné le même nom.

Nous appelons clôture d'un couple imparfait tout procédé, quel qu'il soit, qui a pour effet d'empêcher les déplacements monocinétiques de se produire. Il y aura en premier lieu les procédés de clôture par abstention de forces, qui consiste à écarter les forces susceptibles de provoquer ces déplacements. Il y a, en second lieu, des procédés cinématiques de clôture, comme nous le montrerons plus loin.

Il est bon d'observer que tel couple qui, dans une série continue de positions, se présente comme parfait, peut fort bien admettre des déplacements monocinétiques dans certaines positions particulières pour lesquelles il est dès lors imparfait. On dira de tels couples qu'ils sont accidentellement imparfaits.

Exemple : La clé forme dans la serrure un couple rotoïde qui est accidentellement imparfait, car lorsque l'on amène la clé en face de la fente verticale de la serrure, un déplacement monocinétique devient possible, qui permet l'ablation de la clé.

Il convient de noter que les déplacements monocinétiques ne sont pas rigoureusement les seuls qui permettent le démontage d'un couple d'éléments. Un déplacement dicinétique pourra produire le même effet, mais il faudra pour cela que le point de contact des deux profils conjugués se trouve sur la ligne limite au delà de laquelle un profil cesse d'être réalisé physiquement. Si dans ce cas le déplacement entraîne le point de contact sur la région virtuelle de la surface, le contact se trouve aussitôt dissocié. C'est ainsi que se dissocie le couple vis et écrou ordinaire, c'est-à-dire avec forme enveloppante de l'écrou.

10. — Les affections susceptibles d'une définition générale que peuvent présenter les couples ne se bornent pas aux propriétés d'être parfait ou imparfait, ou accidentellement imparfait, d'admettre des déplacements dissociatifs aux limites. Ils jouissent d'autres propriétés, les unes qui résultent de la comparaison des couples entre eux, les autres qui sont en quelque sorte intrinsèques ; d'autres enfin résultent du rôle du couple dans le mécanisme où il est inclus.

Deux couples, par exemple, seront équivalents s'ils donnent lieu au guidage du même système binaire.

Imaginons alors que pour guider un même système binaire on ait eu recours d'abord, dans une certaine succession de positions, à un couple d'éléments $\mathcal{C}_1$, puis à un couple d'éléments équivalents $\mathcal{C}_2$, puis à un couple d'éléments équivalents $\mathcal{C}_3$ et ainsi de suite, en sorte que le guidage passe successivement d'un couple à l'autre ; il y aura continuité dans le guidage, mais discontinuité dans les couples, aussi regarderons-nous les couples $\mathcal{C}_1$, $\mathcal{C}_2$, $\mathcal{C}_3$, ... comme formant un seul couple, mais un couple discontinu.

Les engrenages constituent un type courant de ces couples.

La considération des contacts peut fournir certains autres caractères.

Si, par exemple, le nombre des contacts et des appuis est plus grand qu'il ne serait strictement nécessaire, le couple sera dit *surabondant*.

Presque tous les couples discontinus sont surabondants dans certaines postions.

En effet, lorsque le guidage passe d'un couple $\mathcal{C}_1$ au couple

$\mathcal{C}_2$, pour éviter qu'au moment de la transition le guidage ne soit incertain, ou ne fait perdre prise au couple $\mathcal{C}_1$ qu'un peu après que $\mathcal{C}_2$ est entré en prise. Donc pendant un court instant le couple est surabondant.

L'étendue des contacts est aussi un élément important.

Il y a des couples pour lesquels ce contact a lieu suivant une étendue finie de surface, en sorte que, sur certaines de leurs parties, les corps représentent les deux côtés d'une même surface, et s'emboîtent l'un dans l'autre suivant cette surface.

Ces couples sont *les couples d'emboîtement.*

En général, l'emboîtement entraîne l'assemblage des deux corps, c'est-à-dire que le couple a une liberté nulle.

Il y a toutefois des couples d'emboîtement cinétiques, c'est-à-dire possédant un certain degré de liberté.

Leur détermination est des plus aisée, par un raisonnement élémentaire.

Il y a six couples cinétiques d'emboîtement. Trois du premier degré de liberté :

1° Le couple vis, réalisé par une surface hélicoïde et sa contre-partie (vis et écrou).

2° Le couple rotoïde, réalisé par une surface de révolution et sa contre-partie (tourillon et coussinet).

3° Le couple prismatique, réalisé par un prisme et sa contre-partie (glissière rectiligne).

Il y a un couple d'emboîtement du degré 2 de liberté.

4° Le couple Verrou, réalisé par un cylindre de révolution et sa forme en creux (verrouillages).

Enfin deux couples d'emboîtement ont trois degrés de liberté :

5° Le couple sphérique, réalisé par une sphère pleine dans sa forme en creux (joint à genou) ;

6° Le couple plan, réalisé par deux surfaces planes en contact (trusquin).

Dans la plupart des autres cas, les contacts ont lieu à chaque instant suivant des lignes, des droites le plus souvent et les surfaces en prise sont alors presque toujours des cônes ou des cylindres.

Enfin, dans quelques cas plus rares, les contacts sont seulement ponctuels, c'est-à-dire qu'ils ont lieu en des points isolés.

CHAPITRE IV

CHAINES CINÉMATIQUES

11. — Pour être à même de poursuivre l'étude des couples d'éléments, nous devons actuellement faire un pas de plus et nous occuper des mécanismes eux-mêmes. En effet, plusieurs propriétés des couples se rapportent au rôle qu'ils jouent dans les mécanismes où ils sont impliqués.

Nous appellerons chaîne cinématique un ensemble de corps résistants soumis à des liaisons mutuelles. Reuleaux a employé la même locution dans un sens sensiblement différent. La chaîne ne diffère du mécanisme qu'en ce que, habituellement, l'un des membres de celui-ci joue le rôle de support ou tout au moins de système de référence, supposé fixe, auquel on rapporte les mouvements de l'ensemble. Dans ces conditions, toute chaîne donne lieu à autant de mécanismes qu'il y a de membres de celle-ci susceptibles de servir de support ou de système de référence.

Si l'on prend au hasard deux membres A et B de la chaîne, ils représentent dans la chaîne un certain système binaire et il est clair que la connaissance de tous ces systèmes, supposés donnés *a priori*, suffirait à définir géométriquement l'état de liaison de la chaîne. Si, comme nous le supposons, tous les membres sont des solides, dont le nombre soit égal à n, comme il faut 6 paramètres pour fixer la position d'un corps solide par rapport à un autre, on voit que la configuration de la chaîne comporte $6(n-1)$ paramètres. Mais l'état des liaisons supposées se traduit par un certain nombre l d'équations entre ces paramètres, en sorte qu'il ne reste qu'un nombre de

paramètres indépendants égal à $L = (6n - 1) - l$. Ce nombre L est le degré de liberté de la chaîne.

L'étude de la dépendance des divers systèmes binaires d'une même chaîne est du ressort de la cinématique générale ou, à proprement parler, de la géométrie. Cette étude constitue le prolongement le plus rationnel de la géométrie infinitésimale et offre un vaste champ aux généralisations, assurément plus fécond en résultats que la géométrie non Euclidienne ou celle à plus de trois dimensions.

Si l'on se donne *a priori* une chaîne, sous forme abstraite, définie, par le moyen des systèmes binaires de ses divers membres, il n'est pas dit qu'une telle chaîne puisse effectivement être réalisée et construite physiquement. Nous savons que si elle peut l'être, ce n'est qu'au moyen de couples d'éléments établis entre ses membres. Prenons donc deux membres quelconques, A et B, de la chaîne et essayons d'établir un couple d'éléments entre A et B de manière à réaliser s'il se peut le guidage du système binaire (A, B). Trois cas pourront se présenter : il pourra arriver que nous réussissions à construire un tel couple ; il pourra aussi arriver que nous ne puissions construire qu'un couple réalisant seulement en partie l'état supposé du système binaire ; ou bien enfin, aucun contact établi entre A et B ne sera compatible avec cet état. Répétons la même chose avec tous les systèmes binaires de la chaîne ; si, en opérant ainsi nous n'avons pu établir assez de contacts pour réaliser l'état général des liaisons supposées, la chaîne ne peut être physiquement construite et réalisée. Si, au contraire, les contacts établis assurent la réalisation de l'état de gêne prévu, la chaîne pourra être réalisée et construite (sauf une restriction relative à la faculté du montage dont il sera question plus loin).

Nous appelons, d'une façon générale, *couplage* d'une chaîne, l'ensemble des couples d'éléments établis entre ses membres.

En appliquant la méthode en quelque sorte intensive de construction des couples que nous avons indiquée plus haut, nous risquons assurément de construire plus de couples qu'il ne serait nécessaire.

Le couplage sera dit *surabondant* chaque fois qu'il comporte plus de couples que n'en comporterait strictement la régularité du guidage.

Il peut arriver encore qu'un même état de liaisons et par consé-

quent, une même chaîne puisse être obtenue au moyen de couplages différents. Ces couplages seront dits alors *équivalents*.

Il est clair que cette notion des couplages équivalents conduit à une notion de couplage discontinu analogue à celle des couples discontinus.

Au reste les notions qui précèdent ne sont à proprement parler que des extensions au couplage de celles qui ont été déjà données à propos des couples.

12. — Les notions qui vont suivre ont une importance particulière et concernent le rôle des couples d'éléments dans les chaînes dont ils font partie.

Considérons en premier lieu deux membres A et B d'une chaîne ; ils ne sont pas forcément contigus, mais nous supposerons qu'ils le soient et qu'un couple d'éléments $\mathcal{C}$ (A, B) ait été établi entre eux, Ce couple d'éléments, à lui tout seul, représente un certains état de liaisons entre A et B, autrement dit, un système binaire, que nous désignerons pour plus de commodité par S. Mais les membres A et B représentent aussi dans la chaîne totale un certain système binaire S′ et alors deux cas peuvent se présenter : ou bien les systèmes binaires S et S′ sont identiques : ou bien les liaisons du système S ne représentent qu'une partie des liaisons du système S′,

Dans le premier cas, le couple fonctionne dans la chaîne comme si les membres de la chaine autres que A et B n'existaient pas, nous dirons du couple qu'il est *autonome* dans la chaîne.

Dans le second cas, au contraire, la liberté du système binaire S′ étant moindre que celle du système binaire S, l'effet de la chaîne est de restreindre la liberté du couple et nous dirons de lui qu'il est *restreint* par la chaîne.

Les cas de restriction de couple sont très nombreux, c'est ainsi que l'on voit le couple verrou, empêché par chaîne de produire son mouvement de rotation, ne produire que son mouvement rectiligne et fonctionner comme glissière, c'est ainsi que, dans le joint Clémens, on voit figurer un couple sphérique (à 3 paramètres, comme on sait) qui ne fournit qu'un mouvement déterminé, puisque la chaîne constituée par ce joint est à liaisons complètes. Je me borne à ces exemples, il y en a une infinité d'autres.

Une forme fréquente, assez curieuse de restriction de couple, c'est celle qui consiste à empêcher un certain déplacement décinétique de se produire dans un sens tout en le laissant libre de se produire dans le sens opposé.

On en trouve un exemple familier dans le cas du loquet de porte, Le loquet est relié à la porte par une couple rotoïde, une fois qu'il s'est placé dans le cran d'arrêt fixé au jambage de la porte, il ne peut plus que se soulever et le couple rotoïde ne peut dès lors fournir de mouvement que dans un sens. Ajoutons que le loquet forme avec le cran d'arrêt un couple prismatique imparfait restreint par le reste de la chaîne de manière à ne pouvoir fournir aucun mouvement, si ce n'est le déplacement monocinétique qui résulte du soulèvement du loquet.

Un autre phénomène, qu'il ne faut pas confondre avec la restriction, c'est la cloture par chaîne d'un couple imparfait. Il arrive très souvent que l'effet d'une chaîne soit d'empêcher la production des déplacements monocinétiques d'nn couple imparfait qui s'y trouve inclus ; nous disons que le couple est *clos* par la chaîne, qu'il y a *cloture par chaîne.*

Dans tout ce qui précède nous avons admis que les couples que nous considérions étaient établis dans des conditions telles qu'il subsistaient dans toutes les déformations possibles de la chaîne. Il est bon de mentionner ici que souvent un couple n'est établi que par une disposition de la chaîne et les dispositions voisines de celles-là, en sorte qu'on peut dire d'un seul couple qu'il est *momentané* ; s'il ne se trouve établi que d'intervalles à intervalles, on pourra dire qu'il est *intermittent.*

Par exemple dans une presse d'imprimerie, le cadre qui porte la forme où sont serrés les caractères vient à un moment donné s'appliquer sur le plan où est est étendue la feuille de papier que l'on veut imprimer. Le couple plan qui intervient alors est un couple *momentané.*

L'emploi de couples momentanés peut être indiqué par la nécessité de renforcer le couplage dans le passage par certaines positions critiques de la chaîne. Par exemple, le centre parallélogramme offre une position critique lorsque toutes les tiges sont en ligne droite. En effet cette position lui est commune avec le parallélogramme construit avec les mêmes tiges. Pour empêcher la chaîne

de prendre la forme du parallélogramme, on réalise dans le voisinage de cette position, une petite portion de l'engrenage elliptique auquel donne lieu le mouvement relatif des deux tiges les plus courtes. La présence de ce couple *momentané* empêche la chaîne de suivre la forme du parallélogramme.

CHAPITRE V

CHAINES SECONDAIRES

13. — La considération des couples dans les chaînes nous a mis sur la voie de quelques notions importantes. Nous obtiendrons de nouveaux résultats par la considération des chaînes dans les chaînes, ou des chaînes secondaires.

Une chaîne cinématique $\mathcal{C}$ était donnée, imaginons que l'on supprime dans cette chaîne un certain nombre de membres de manière, toutefois, que les membres conservés forment encore une chaîne cinématique $\mathcal{C}'$; nous appellerons cette chaîne $\mathcal{C}'$ une chaîne *secondaire*.

Une première distinction s'impose. Il peut arriver que, dans la chaîne totale $\mathcal{C}$, tous les systèmes binaires représentés par les membres de la chaîne $\mathcal{C}'$, pris deux à deux soient identiques à ce qu'ils sont dans la chaîne $\mathcal{C}'$ prise toute seule. Nous disons alors que la chaîne $\mathcal{C}'$ est *autonome* dans la chaîne totale $\mathcal{C}$.

Mais il peut arriver aussi que dans la chaîne totale, les systèmes binaires représentés par les membres de la chaîne $\mathcal{C}'$, pris deux à deux, ne soient plus tous identiques à ce qu'ils sont dans la chaîne $\mathcal{C}'$ prise toute seule ; il peut arriver que ces systèmes binaires, ou certains d'entr'eux, présentent dans la chaine totale $\mathcal{C}$ des liaisons de plus qu'ils ne présentent pas dans la chaîne $\mathcal{C}'$. Nous dirons alors que la chaîne secondaire est *restreinte* dans la chaîne totale. L'avantage des chaînes autonomes, c'est que leur étude peut être faite isolément, indépendamment de la chaîne totale.

Les chaînes autonomes apparaissent ainsi comme un moyen de décomposition et d'analyse des mécanismes.

Supposons que l'on ait décomposé une chaîne en chaînes secon-

daires autonomes n'ayant pas de membre commun, ou en ayant tout au plus un. Les membres ou organes qui restent en dehors de ces chaînes jouent le rôle d'*organes de connexion* entre elles.

Mais la décomposition en chaînes autonomes pouvant ordinairement avoir lieu de plusieurs façons, le rôle de connecteur attribué à un membre du mécanisme est subordonné à la manière dont on a opéré la décomposition en chaînes autonomes et ne constitue pas pour ce membre un caractère essentiel.

Je n'insiste pas davantage ici sur cet ordre d'idées dont le développement se fera naturellement en présence des applications.

Cependant, puisque nous parlons ici de la composition des chaînes, il ne sera pas hors de propos de mentionner la notion de *chaîne simple*, dont le principe remonte à Reuleaux. Tout membre d'une chaîne est contigu au moins à un autre. On appellera chaîne simple, toute chaîne dans laquelle chaque membre est contigu au plus à deux autres.

Il y a deux cas à distinguer. Ou bien il y a des membres contigus avec un seul ou bien il n'y en a pas.

Supposons d'abord qu'il y ait un membre A_1 contigu à un seul A_2; A_2 à son tour sera contigu à A_1 et à un autre membre A_3, A_3 est contigu à A_2 et à un nouveau A_q et ainsi de suite, si n est le nombre des membres, nous les trouverons dans l'ordre

$$A_1, A_2, A_3 \dots A_{n-1}, A_n,$$

tel que deux membres consécutifs de ce tableau sont contigus (c'est-à-dire reliés par un couple d'éléments). Puisque A_1 n'est relié à aucun autre membre que A_2, le membre extrême A_n ne pourra être contigu à aucun autre que A_{n-1}. Dans ce cas la chaîne présente donc deux membres extrêmes, qui sont chacun contigus seulement à un autre membre : la chaîne simple non dite *ouverte*.

Pour nous figurer le second cas, il suffit d'imaginer que, dans une chaîne ouverte on établisse un couple entre les membres extrêmes A_1 et A_n. Nous aurons ainsi la chaîne simple *fermée*. Dans une pareille chaîne, chaque membre est contigu exactement à deux autres.

Sans entrer dans des détails, disons simplement, que le nombre des chaînes simples ouvertes ou fermées est extrêmement considérable.

14. — Les chaînes secondaires vont nous permettre actuellement de nous occuper d'une question qui a son importance et qui même a été longtemps regardée comme le but unique de la théorie des mécanismes, à savoir la question de la réalisation d'un mouvement donné.

Une chaîne peut être regardée comme réalisant le guidage du système binaire que forment deux de ses membres A et B. Mais, le plus souvent, tous les membres de la chaîne ne concourent pas à réaliser ce guidage. Supposons donc que nous supprimions de la chaîne proposée $\mathcal{C}$ une série de membres, de manière à ne laisser subsister qu'une chaîne secondaire $\mathcal{C}'$ comprenant les deux membres A et B, dans laquelle ces deux membres forment le même système binaire que dans la chaîne totale $\mathcal{C}$ et telle enfin que la suppression d'un seul membre dans la chaîne $\mathcal{C}'$ aurait pour effet de faire cesser la réalisation du guidage de ce système binaire. De la chaîne secondaire $\mathcal{C}'$ nous pourrons dire qu'elle est *attachée* au système binaire (A, B) (1).

Il peut arriver d'ailleurs que la suppression de membres comporte un certain arbitraire et que plusieurs chaînes secondaires différentes (pouvant du reste avoir des membres communs) concourent au guidage du même système binaire. Ces chaînes réalisent alors des guidages *équivalents* de ce système. Seulement, comme elles coexistent dans la chaîne totale, nous pourrons dire que le guidage du système binaire (A, B) dans la chaîne totale y est surabondamment assuré ou qu'il est *surabondant*.

Si, dans une chaîne, on supprime tous les membres qui ne font pas partie de quelque chaîne secondaire attachée au système binaire (A, B), rien ne se trouve changé au guidage, surabondant ou non, de ce système. Ces membres supprimés sont en quelque sorte parasites à l'égard de ce système. Leur présence dans la chaîne tient aux nécessités du guidage d'autres systèmes binaires (A′, B′) (A″, B″) et aux dépendances que l'on veut établir entre ces systèmes binaires et le système (A, B). Tel est, dans la locomotive, le mé-

(1) Il va sans dire que nous ne supposons pas que A et B soient reliés par un couple autonome, car dans ce cas ce couple suffit, sans chaîne, pour le guidage du système binaire.

canisme des excentriques et du tiroir vis-à-vis de celui de la mise en marche.

On voit par ce qui précède que le problème du guidage par chaîne d'un système binaire donné est un problème et même un problème important de la théorie des mécanismes, mais non pas le seul. D'ailleurs un même mécanisme offre presque toujours la solution de *plusieurs* problèmes de ce genre, avec le souci en plus d'établir certaines concordances entre les divers systèmes binaires qu'on s'est proposé d'y réaliser.

15. — Nous avons déjà dit que l'idée préconçue d'envisager le mouvement produit dans un mécanisme pour en faire la base essentielle d'une classification avait détourné de l'analyse des machines et mis dans l'impossibilité de rendre compte de certaines circonstances intimes de leur constitution; la notion suivante offrira l'occasion de le constater une fois de plus : cette notion correspond en effet à un phénomène mécanique qui n'avait jamais jusqu'ici été l'objet d'une analyse.

Considérons une chaîne secondaire $\mathcal{C}'$ attachée à un système binaire (A, B). Supposons que la liberté du système binaire soit p et celle de la chaîne égale à n. Il est clair, puisque le système binaire est inclus dans la chaîne, que la liberté de celle-ci est au moins égale à celle du système. En général il lui sera égal. Mais il se peut aussi qu'il soit plus grand, en sorte que, bien qu'elle soit attachée au système binaire, la chaîne présente plus de paramètres indépendants que ce système. Autrement dit, si l'on fixe les valeurs des paramètres dont dépend le système binaire, ce qui revient à immobiliser celui-ci, le reste de la chaîne conservera encore une certaine mobilité, et une infinité de formes de la chaîne correspondrait à une même position relative des corps A et B. Pour caractériser cet état de choses, nous dirons que le guidage du système binaire (A, B) par la chaîne est un guidage *flottant*.

Pour citer un exemple, nous parlerons du collier à bille des bicyclettes. Le collier, l'arbre et les billes constituent une chaîne réalisant entre l'arbre et le collier ce système binaire spécial, l'articulation. Seulement le guidage y est flottant, car si l'on immobilise l'un par rapport à l'autre l'arbre et le collier, les billes demeurent libres de glisser les unes sur les autres et en bloc entre le collier et l'arbre.

CHAPITRE VI

TRANSFORMATIONS

16. — L'idée de transformation, qui est si féconde en géométrie et en analyse, s'étend aux mécanismes. Nous appelons transformation tout procédé général qui permet de passer d'un mécanisme à un autre. Quand nous disons procédé général, nous entendons un procédé qui peut être défini *à priori*, indépendamment du mécanisme particulier auquel on l'applique.

Ce qui fait l'importance des transformations c'est qu'elles permettent d'établir des rapprochements entre des mécanismes que leur aspect extérieur semble de prime abord éloigner les uns des autres et par là elles contribuent à cette unité si précieuse dans les choses de science.

Les transformations, appliquées à des mécanismes connus, donnent l'idée de combinaisons nouvelles et peuvent ainsi servir de guide à l'inventeur.

Les transformations sont de deux sortes : Les unes intéressent seulement les couples, les autres intéressent les chaînes.

Un premier mode consistera à remplacer un couple par un couple équivalent.

L'équivalence sera *stricte* si les deux couples offrent les mêmes déplacements monocinétiques. Exemple : l'élargissement du tourillon dans le couple rotoïde.

L'équivalence sera non stricte, si les déplacements monocinétiques ne sont pas les mêmes. Il y aura *réduction* de couple si de nouveaux déplacements monocinétiques s'introduisent. Nous disons réduction car ce phénomène est consécutif à une réduction des contacts.

Par exemple : dans le dispositif ordinaire de la vis et de l'écrou (couple parfait), si l'on vient à supprimer une moitié de l'écrou, le couple réalise toujours le même système binaire, seulement il a acquis un déplacement monocinétique.

Le cas inverse sera celui du *renforcement* de couple, dans lequel le nouveau couple, ayant acquis plus de contacts que le premier, a perdu des déplacements monocinétiques.

Exemple : Pour réaliser le couple plan on peut, comme dans le trusquin, mettre simplement deux corps en contact suivant une face pleine. Ce couple est imparfait, mais si l'on réalise l'un des corps sous forme d'une plaque limitée par deux faces planes parallèles, insérée dans une cavité qui en soit la contre-partie, le couple plan ainsi réalisé est parfait, il résulte du premier par *renforcement*.

On effectuera encore une transformation par couple équivalent si, pour réaliser le couple sphérique, on substitue à la sphère creuse les faces d'un polyèdre circonscrit à la sphère pleine, etc.

Les couples qui servent à guider certains systèmes binaires donnent lieu à une transformation spéciale : l'*interversion*.

Supposons un système binaire symétrique, c'est-à-dire, dans lequel les deux corps A et B entrent symétriquement, dans lequel, par conséquent, l'état de gêne de A par rapport à B soit identique à l'état de gêne de B par rapport à A.

Exemples : Tous les systèmes binaires réalisés par les couples cinétiques d'emboitement, le roulement sur son propre décalque d'une courbe plane admettant pour centre de symétrie l'un de ses points, etc... Si, pour réaliser par couple un tel système binaire on a pratiqué certains profils S sur le corps A et certains profils conjugués S′ sur le corps B, il est bien clair que l'on peut transposer, *intervertir* ces profils et pratiquer sur B les profils S et sur A les profils S′; cela résulte de la symétrie même qui a été supposée.

Un autre genre de transformations qui porte, lui, sur le système binaire lui-même consiste dans la *dégénérescence*.

La dégénérescence se produit lorsque les éléments géométriques qui interviennent dans la définition du système binaire viennent à recevoir des déterminations singulières limites, par lesquelles le couple lui-même doit être considéré comme un état limite du premier.

C'est ainsi que le couple rotoïde et le couple prismatique peuvent être considérés comme des états limites, des dégénérescences du couple vis.

Le couple prismatique lui-même peut être considéré aussi comme une dégénérescence du couple rotoïde.

Si l'on réalise en effet celui-ci sous la forme d'un sabot circulaire engagé dans une rainure circulaire, il suffit de supposer infini le rayon moyen de la rainure pour obtenir un sabot et une rainures cylindriques et réaliser le couple prismatique.

Cette remarque permet de faire dériver du quadrilatère articulé un grand nombre de dispositifs à glissières rectilignes.

17. — Les transformations qui portent sur les chaînes offrent bien plus de variété.

Par exemple, on peut regarder comme constituant une transformation, le fait de prendre comme marche fixe d'une chaîne un membre qui était primitivement mobile et de rendre sa liberté au membre qui était précédemment fixé.

C'est ainsi que le train d'engrenages, devient, par la fixation d'une roue, le train épicycloïdal. Un cable mobile sur une poulie fixe devient par la fixation du câble le trolley des tramways électriques.

Dans ce genre de transformation la constitution de la chaîne n'est pas changée. Il n'en est pas de même dans les suivants.

Il arrive que l'on puisse, dans une chaîne $\mathfrak{C}$, supprimer certains membres et maintenir entre les membres restants les mêmes systèmes binaires en établissant entr'eux des couples appropriés. On a alors opéré une transformation par *réduction de chaîne.*

Prenons, par exemple, une bielle B, s'articulant autour d'axes parallèles, par le moyen de couples rotoïdes à deux autres corps A et A'. Appelons O et O' les sections des axes de rotation par un même plan normal π. La bielle réalise ce fait que les points O et O' restent à une distance invariable l'un de l'autre. On pourra arriver au même résultat en pratiquant dans le corps A une rainure circulaire du centre O et dans le corps A' un bouton de centre O' s'engageant dans cette rainure. La construction de ce couple permet d'enlever la bielle B ; on a réalisé une transformation par réduction de chaîne.

L'opération inverse de celle-là sera la transformation par adjonction de membres, dans laquelle on supprime certains couples pour remplacer leur action par des membres supplémentaires.

Exemple. — Pour réaliser le mouvement de l'ellipsographe, on peut prendre une tige MN, munir ses extrémités de boutons de centres M et N, et engager ces boutons dans deux rainures rectilignes à angle droit, dont les lignes moyennes se croisent en un point O. Dans ces conditions, tout point solidaire de MN décrit une ellipse. Mais on observe que le milieu P de MN reste à une distance invariable $PM = PN$ du point O. On pourra donc relier ces deux points par une manivelle OP. L'introduction de cette manivelle permet la suppression de l'une des rainures et l'appareil est devenu un renvoi de transmission rectiligne à angle droit.

Supposons que ce soit la rainure et le bouton N qui aient été supprimés. On peut regarder la rainure rectiligne M comme le cas limite d'une rainure circulaire.

Plaçons-nous donc dans le cas d'une rainure circulaire dont le centre O_1 de la ligne moyenne ne serait pas rejeté à l'infini. Ici encore, on pourra substituer au couple bouton-rainure une manivelle O_1 M.

C'est le balancier d'Oliver Evans que nous obtenons ainsi. De la sorte, le balancier d'Oliver Evans apparaît comme un moyen approché de réaliser le mouvement de l'ellipsographe.

On peut déjà se rendre compte sur cet exemple si simple combien l'emploi des transformations rend compréhensifs des rapports qui sans elles resteraient cachés.

Un cas particulier et fort répandu de transformation par adjonction de membre, est celui des systèmes binaires décomposables.

Soient deux corps A et B formant un système binaire de liberté L, il peut arriver que l'on puisse trouver un corps C formant avec A un système binaire de liberté L′, moindre que L, et avec B un système binaire de liberté L-L′. Le système binaire (A, B) résulte alors en quelque sorte de la composition des systèmes binaires (A, C) et (C, B).

Alors, si un couple d'éléments réalisait primitivement le guidage du système binaire (A, B), au lieu de ce couple on pourra introduire le nouveau membre C, relié à A par un couple qui

réalise le système binaire (A, C) et à B par un autre couple qui réalise le système binaire (C, B).

C'est, par exemple, le cas du couple verrou. Au lieu de ce couple, supposé établi entre les deux corps A et B, on pourra établir un couple rotoïde entre le corps A et un corps auxiliaire C, puis établir un couple prismatique entre les corps B et C. La superposition de ces deux couples à un paramètre, produit le même effet que le couple verrou tout seul.

Il y a même des cas où le nombre de paramètres du système binaire (A, B) étant supérieur à 2, la décomposition comporte plus d'un corps auxiliaire.

C'est le cas du couple sphérique et du couple plan. On sait, par exemple, que le joint à genou peut être remplacé par trois articulations. Le couple plan, par deux glissières rectilignes à angle droit et un couple rotoïde dont l'axe est normal aux directions des deux glissières.

Nous signalerons pour terminer et sans y insister ici autrement, un dernier cas de transformation par chaîne, celui qui consiste à remplacer une partie des membres par d'autres et à opérer ainsi une *substitution partielle* des membres.

Les exemples de cette transformation sont des plus nombreux.

Par exemple, si A B C D est le losange de l'inverseur Peaucellier et O A, O C les deux brides, si l'on prend sur la diagonale A C du losange un point A′ qu'on relie par des brides articulées aux points B, D, O, on pourra substituer ces brides aux tiges A D, A B, A O et au losange le quadrilatère articulé à diagonales rectangulaires A′ B C D. Les points O, B, D satisferont encore aux relations essentielles à l'appareil.

CHAPITRE VII

ORGANES DÉFORMABLES

18. — Dans le but de simplifier notre exposition, nous avons supposé dans ce qui précède que les membres de nos chaînes étaient des solides. Il importe de compléter les notions précédentes en indiquant, fût-ce sommairement, comment elles s'étendent au cas général.

Les corps déformables que nous envisageons ici sont, conformément à ce que nous avons expliqué plus haut : 1° Les membranes ou organes superficiels ; 2° les fils ou organes linéaires ; 3° les fluides incompressibles.

Nous avons dit précédemment que toute chaîne possède des déplacements dissociatifs. Si les membres constitutifs du mécanisme étaient tous des corps solides, la dissociation s'opérerait par la production de déplacements monocinétiques dans certains couples.

Mais la présence d'organes déformables ouvre l'accès à d'autres dissociations. Si une membrane ou un fil cessent d'être tendus, ils sont dans le mécanisme comme s'ils n'existaient pas et dès l'instant où ils se sont détendus, la dissociation a commencé. Même remarque pour les fluides incompressibles, qui n'agissent et n'ont d'effet utile que s'ils travaillent à la compression. Nous désignerons généralement par *relâchement* cet état particulier où les corps déformables ne participent plus aux liaisons. De même qu'il y a des procédés de clôture à l'égard des couples imparfaits, il y en a aussi à l'égard du relâchement.

Pour en citer un exemple, rappelons que dans les yachts de course on munit le bord de la voile (près de la ralingue de chute,

de lattes transversales qui maintiennent la tension de la voile dans l'allure *au plus près* et empêchent la ralingue de produire ce battement spécial qui témoigne, lorsqu'il se produit, de l'inefficacité de cette partie de la voile.

Les contacts des éléments déformables peuvent se produire soit entre eux, soit entre eux et des corps solides. Dans ce cas les corps solides reçoivent des profils appropriés et souvent le corps déformable lui-même (câble et poulie) reçoit une forme, ce qui témoigne que la notion de couple d'éléments peut être étendue à ces nouveaux organes.

CHAPITRE VIII

ASSEMBLAGE, MONTAGE ET DÉMONTAGE DES CHAINES

19. — Le système binaire le plus simple est l'assemblage, c'est-à-dire celui dont la liberté est nulle.

A vrai dire pour assembler deux corps on peut recourir à des procédés physiques tels que soudure, rivetage, mais ces procédés sortent du cadre cinématique de cette étude. Il était cependant bon de les mentionner, car souvent ces procédés sont le couronnement d'un processus cinématique.

Les assemblages peuvent avoir lieu par couple ou par chaîne.

Un couple d'assemblage peut être d'emboitement, comme dans les assemblages à rainure-languette, à mortaise et tenon, l'assemblage à baïonnette.

Mais l'emboitement n'est pas forcé et nombreux sont les assemblages par couples non d'emboitement.

Tout couple d'assemblage est forcément imparfait, car si un dernier déplacement a permis de le monter, le mouvement inverse doit produire un démontage. Ce mouvement inverse ne peut être dicinétique, autrement il n'y aurait pas assemblage. Il est, en conséquence, monocinétique et le couple est imparfait.

Les assemblages par chaîne sont bien plus fréquents. Le charpentier qui consolide par une cheville l'assemblage tenon-mortaise, construit en fait une chaîne d'assemblage.

L'assemblage par chaîne de deux corps n'exige pas leur contiguité, cependant, le plus souvent, deux corps assemblés par chaîne sont en contact par un couple d'éléments qui se trouve restreint par le reste de la chaîne jusqu'à perdre toute sa liberté. Le couple

plan est très souvent employé dans ce cas. Le couple rotoïde également.

Par exemple, après avoir établi ce couple entre les deux corps on les pénètre l'un et l'autre par un troisième.

Le procédé est du reste général. Il peut être résumé en ces termes.

Placer les corps A et B que l'on veut assembler dans une chaîne où ils forment un certain système binaire, puis les placer dans une seconde chaîne où le système binaire qu'ils forment n'ait aucun mouvement commun avec le premier.

Dans bien des cas on regarde comme étant un assemblage un dispositif qui n'en est pas un. Si une chaîne est placée dans des circonstances telles qu'un des systèmes binaires qu'elle contient ne produise aucun mouvement, les deux corps de ce système seront souvent regardés comme assemblés, alors qu'il n'y a en réalité qu'*assemblage apparent.*

Le frottement est un agent fréquent d'assemblage apparent. Exemple : Les vis d'accouplement des wagons d'un train de chemin de fer.

La plupart du temps, les chaînes d'assemblages, dans une chaîne, y sont autonomes et ses membres assemblés entre eux, comme s'ils ne constituaient qu'un seul et même corps solide. Il est jusqu'à un certain point licite de regarder alors cette chaîne comme telle. C'est ainsi qu'on parlera d'une roue comme d'un corps unique, alors qu'il s'agit en réalité d'une chaîne autonome d'assemblage, constituée par un moyeu, des rais, une jante, celle-ci formée de plusieurs pièces de bois chevillées, le tout enserré par un bandage assujetti par des chevilles ou de gros clous. Même chose pour le coussinet qui reçoit le tourillon d'un arbre.

Cette habitude de substituer aux chaînes d'assemblage la considération d'un solide fictif unique se justifie très bien. Elle simplifie la description du mécanisme en le réduisant à ses éléments les plus essentiels. Il semble même qu'elle n'offre que le léger inconvénient de laisser de côté ce que Laboulaye appelait un peu dédaigneusement « une simple question de construction de machines. »

Mais en est-il tout à fait ainsi et une théorie comme la nôtre, qui a la prétention d'attaquer le sujet dans le vif, doit-elle s'abandonner à ces sortes de négligences ?

Nous répondrons qu'on ne connaît bien une machine que si l'on est à même d'en opérer le montage et le démontage et que si l'on s'est rendu compte de l'ordre d'agencement de ses pièces. Nous répondrons que le démontage doit former un chapitre important de cette étude.

Or, il y a entre le démontage et l'existence des chaînes d'assemblages autonomes un lien très étroit, attendu que le plus souvent celles-ci ne sont faites que pour faciliter celui-là. Aussi, si dans une première description on a pu négliger les chaînes d'assemblages, il faudra y revenir à nouveau quand il s'agira d'une étude complète et consciencieuse.

C'est précisément parce que je revendique par la présente théorie le mérite de pouvoir serrer de près tous les détails de construction et de parvenir à réaliser une compréhension complète des mécanismes, que ces questions d'assemblage ne devaient pas être omises ici.

20. — La question du montage et du démontage est l'occasion de quelques remarques générales que nous allons résumer.

Observons d'abord que si l'on a prévu géométriquement tous les détails de construction d'une chaîne, constaté que l'on pouvait établir entre ses membres les couples suffisants pour en assurer le guidage, fait les épures des profils et finalement pratiqué sur chaque membre isolément ces profils aux formes et aux places voulues, il ne reste plus qu'à présenter les pièces les unes devant les autres et à opérer le montage de la machine.

Or, dans les conditions générales où l'on s'est placé, rien n'assure que ce soit possible : il arrivera que les pièces se gêneront les unes les autres et se masqueront de manière à empêcher le montage.

Tel serait le cas si l'on voulait faire entrer en prise une sphère pleine avec une calotte sphérique insuffisamment ouverte.

C'est alors que la substitution d'une chaîne d'assemblage à certains des membres peut avoir un effet utile. Par exemple, dans le cas précédent, il suffira de scier en deux le corps où est pratiquée la calotte et d'assembler les deux moitiés autour du noyau sphérique. Les difficultés du montage surmontées, le dernier acte de celui-ci consistera en un déplacement infiniment petit amenant la

chaîne d'une position $\mathfrak{L}$, où le montage n'est pas encore atteint, à une position infiniment voisine $\mathfrak{L}_0$, dans laquelle il se trouve établi. Il pourra arriver que l'on couronne ces opérations par des soudures, ou par le rivetage de certaines pièces.

Le démontage comportera les opérations inverses. On devra d'abord fondre les soudures, cisailler les rivets, détruire en un mot les résultats obtenus par les procédés physiques terminaux. Cela nous permet d'en faire abstraction. Nous nous trouvons alors en face de la chaîne dans la position déjà désignée par $\mathfrak{L}_0$. Le passage de $\mathfrak{L}_0$ à $\mathfrak{L}$ est possible, puisque celui de $\mathfrak{L}$ à $\mathfrak{L}_0$ l'était, or ce déplacement est dissociatif. Donc, abstraction faite des procédés physiques d'assemblage, toute chaîne est *démontable*, par le fait même qu'elle a pu être montée.

Mais il ne s'ensuit pas que toute chaîne admette des déplacements dissociatifs dans chacune de ses positions ; il se peut fort bien qu'elle n'admette des déplacements dissociatifs que dans certaines positions, autrement dit, elle peut être *accidentellement démontable*. C'est le cas de la clé dans la serrure.

Lorsque une chaîne occupe une position $\mathfrak{L}_0$ où elle admet des déplacements dissociatifs ceux-ci ne peuvent produire la dissociation que par la cessation du contact de certains couples de la chaîne.

Ces couples seront dits *immédiatement démontables*.

Après la dissociation de ces couples, la chaîne peut être amenée dans une position où d'autres couples deviennent immédiatement démontables. En sorte que c'est par la dissociation successive de couples que le démontage s'opérera.

Il résulte de ce qui précède qu'un certain ordre devra présider au démontage et par conséquent au montage d'une chaîne. Si cet ordre était unique et étroitement déterminé, les difficultés du montage s'en trouveraient singulièrement accrues; l'ouvrier monteur se trouverait exposé à des présentations à faux fort préjudiciables parfois au bon état des pièces.

L'emploi des chaines d'assemblage et l'usage de *pièces interchangeables* répondent à ce genre de difficultés.

21. — La plupart des machines admettent des couples immédiatement démontables dans toutes leurs positions, on doit se

préoccuper d'empêcher la dissociation de ces couples. Nous donnons le nom de *garde contre le démontage* à l'ensemble des moyens employés pour y parvenir.

Il est clair que les couples immédiatement démontables (par exemple : écrous, clavettes) ne fonctionnent qu'en vertu d'une clôture par abstention des forces.

Le problème consiste donc à n'admettre comme couples immédiatement démontables que les couples qui, eu égard aux forces auxquelles on prévoit que sera exposé le mécanisme, auront le moins de chance d'être dissociés.

Tel est le principe des nombreux *appareils de sûreté* dans le détail desquels nous ne saurions entrer ici.

Au point de vue du risque de démontage les machines peuvent être divisées en deux catégories. Les machines à *liaisons étroites* où la garde contre le démontage est assurée et où la machine peut être soumise à des efforts variés sans redouter de voir dissocier ses liaisons.

D'un autre côté, les machines à liaisons relâchées où les risques de démontage sont grands et où le champ des forces que la machine peut admettre est forcément limité. En revanche, la machine gagne en sensibilité et précision ce qu'elle perd en rusticité.

Le type des premières machines est la machine industrielle, le type de la seconde appartient plutôt aux machines de précision et aux instruments de laboratoire.

Pour comparer les deux types, il faut songer à la différence de manière dont le couple rotoïde est réalisé dans la bielle d'une locomotive et dans la machine d'Atwood.

22. — A la question des déplacements dissociatifs et du démontage se ramène une idée importante, celle du *menage* dans certaines chaînes.

Prenons, pour fixer les idées, deux chaînes $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$, à liaisons complètes et deux membres A_1, B_1 et A_2, B_2, dans chacune d'elles. Les systèmes binaires (A_1, B_1) (A_2, B_2) seront censés dépendre d'un seul paramètre, le paramètre u_1 pour le premier système et le paramètre u_2 pour le second. Assemblons ensemble les deux membres B_1 et B_2 pour en faire un bâti unique B.

On peut rendre solidaires les deux mouvements indépendants de

A_1 et A_2 par rapport à B, en établissant un couple d'éléments entre A_1 et A_2 ; cette liaison correspond à une certaine équation entre u_1 et u_2, $f(u_1, u_2) = 0$.

Dans quelle mesure le couple assure-t-il entre les deux mouvements la dépendance représentée par cette équation ?

Faisons mouvoir infiniment peu A_1 dans un sens, qui sera, si l'on veut, le sens de u_1 croissant. Si, par suite de ce déplacement, le corps A_1, butte sur le corps A_2, le mouvement de A_1, entraîne celui de A_2 ; supposons pour fixer les idées, que ce mouvement de A_2 se fasse dans le sens de u_2 croissant :

On dira que A_1 est menant dans le sens de u_1 croissant.

Il est clair d'ailleurs que si on renverse le mouvement de A_2, c'est-à-dire, si on fait mouvoir A_2 dans le sens de u_2 décroissant, A_2 buttera à son tour contre A_1, et que A_2 sera menant *dans le sens opposé au précédent.*

Si l'on répète le raisonnement en partant de l'hypothèse où A_1 se mouvait dans le sens opposé, c'est-à-dire, dans le sens de u_1 décroissant, s'il y a butée contre A_2, A_1 sera menant dans le sens de u_1 décroissant et A_2 sera menant dans le sens opposé.

C'est-à-dire que, dans ce cas, chacun des membres est menant *dans les deux sens.*

Supposons au contraire qu'en déplaçant A_1 dans un sens, le sens de u_1 croissant, par exemple, il n'y ait plus de butée de A_1 contre A_2 ; alors ce déplacement de A_1 *dissocie* le couple et le menage n'a plus lieu.

La nécessité de s'assurer contre de telles dissociations est la raison d'être des cames de largeur constante et des cames de diamètre constant.

23. — Je terminerai l'examen des questions qui se groupent autour de l'idée de dissociation de chaîne en mentionnant ici un genre de dissociation tout à fait singulier,

Reprenons notre chaîne, au moment où nous avions construit isolément chaque membre avec la forme et les profils qui lui conviennent ; supposons même le montage possible. Il pourra se faire que le montage s'effectue sous deux formes différentes $\mathcal{C}$, $\mathcal{C}_1$, c'est-à-dire que les mêmes couples d'éléments établis entre les mêmes

membres réalisent le guidage de deux chaînes différentes, où les systèmes binaires diffèrent par conséquent.

Par exemple, prenons 3 tiges s'articulant 2 à 2 à leurs extrémités : elles forment une chaîne triangulaire d'assemblage.

Il y a évidemment 2 formes symétriques possibles.

Au reste, les personnes familières avec les phénomènes de décomposition des systèmes d'équations algébriques comprendront bien que les équations qui expriment les contacts dans les couples de la chaîne, équations qui ont lieu entre les paramètres de position des membres de la chaîne autour de l'un d'eux, puissent se décomposer en plusieurs systèmes différents, analytiquement distincts.

J'appelle *chaînes adjointes* l'une de l'autre deux chaînes construites avec les mêmes membres et les mêmes couples.

Un cas intéressant est celui où deux chaînes adjointes ont une configuration commune.

Si on amène en effet la chaîne dans cette position, on peut, à partir de cette position, la faire se déformer suivant une chaîne ou suivant son adjointe. Cette position singulière sera appelée position de bifurcation.

Eh bien, il est clair que si, ayant amené une chaîne dans une position de bifurcation, on la déforme ensuite suivant une chaîne adjointe, on aura produit une véritable dissociation de la chaîne primitive sans avoir démonté aucun couple.

Nous avons vu précédemment comment l'emploi d'une couple momentané permettait de franchir cette position critique sans avoir à craindre cette dissociation spéciale de la chaîne.

CHAPITRE IX

—

CONCLUSIONS

24. — On se sera rendu bien compte que dans les lignes qui précèdent, je n'ai nullement eu l'idée de faire un exposé complet des mécanismes. J'ai voulu seulement résumer, mettre au point, mettre en ordre un certain nombre de notions fondamentales. J'ai voulu montrer que la multitude éparse des questions qui se posent dans la cinématique des machines, peuvent être groupées autour de quelques idées maîtresses. A cet égard le rôle des déplacements dissociatifs est très significatif.

Il me reste à indiquer, et ce ne sera pas la partie la plus ingrate de ma tâche, comment, en s'aidant de ces notions générales, on pourra entreprendre une étude raisonnée des mécanismes.

La diversité des mécanismes est telle, leur multitude est si grande qu'il semble presque qu'ils doivent échapper à toute coordination. Mais il y a quelque chose qu'ils contiennent tous, quelque chose qui, lui aussi, est susceptible de formes diverses, mais cependant beaucoup plus limitées, quelque chose de bien moins fuyant, de très arrêté même, c'est le couple d'éléments cinématiques.

Pour si variés que soient les couples d'éléments cinématiques, ils se laissent cependant ranger en catégories et se prêtent très bien aux études cinématiques et géométriques. C'est donc par eux qu'il faudra commencer. Et en premier lieu les couples d'emboîtement, dont la fréquence est telle que c'est au fond sur deux d'entre eux, le couple prismatique et le couple rotoïde, que Monge, Hachette, Lanz, Bétancourt, Laboulaye avaient fondé leur classification.

L'étude des couples d'emboîtement comportera l'examen des formes les plus usuelles de ces couples et les résultats que donnent

à leur égard les procédés de transformation. On s'arrêtera aux déplacements monocinétiques que peuvent présenter certaines formes et aux procédés de clôture auxquels on a recours.

Après l'étude des couples d'emboîtement cinétiques, viendra celle des couples non d'emboîtement. En premier lieu, les couples cylindriques, qui se présentent dans le cas des systèmes binaires où le plan de l'un des corps glisse sur un plan de l'autre. Ces couples se divisent en deux catégories : les couples discontinus, comme les roues dentées et certaines cames qui ne sont que des roues à un petit nombre de dents et les couples non discontinus qui comprennent le reste de ce que l'on appelle les cames, les excentriques, le couple bouton-rainure, etc...

L'étude de ces couples s'accompagnera encore de celle de leurs transformations, de leurs modes de clôture pour ceux qui ont des déplacements monocinétiques et des conditions générales dans lesquelles ces couples figurent dans les mécanismes.

Viendra ensuite une étude analogue pour les couples coniques, qui correspondent au cas d'un système binaire dans lequel les deux corps ont un point commun.

Après ces couples viendront les couples gauches, où les profils ne sont plus des surfaces cylindriques ou coniques mais des surfaces gauches.

Certains de ces couples résultent par équivalence des couples cylindriques ou coniques, c'est par leur étude que l'on commencera.

Viendront ensuite les autres couples gauches dont l'engrenage de Bélanger est le type.

Au titre de transformé de celui-ci par équivalence, nous trouverons le dispositif de la vis sans fin, de même que le dispositif de White, couple à contact ponctuel, figuré parmi les transformés par équivalence des couples cylindriques.

Après l'étude des couples d'éléments, se place, en raison de la fréquence de leur emploi et de l'importance de leur rôle, l'étude des assemblages par couples ou par chaînes. En effet, il ne serait pas possible de comprendre certaines questions concernant les chaînes si la question des assemblages ne se trouvait auparavant traitée.

Du reste, pour le rôle qu'y jouent tour à tour les couples et les

chaînes, cette question est bien intermédiaire entre les deux ordres d'idées.

Nous avons indiqué rapidement plus haut dans quel esprit devait être conduite cette étude. Les principes que nous avons émis permettent de grouper aisément en un tout très compréhensible les diverses espèces d'assemblages employés.

Nous arrivons actuellement à la plus grosse question, celle des chaînes elles-mêmes. Il faut dire que l'étude préalable des couples a déjà beaucoup allégé le sujet, et que la question qui se pose actuellement n'est plus, à proprement parler, qu'une question d'agencement de couples. Nous avons dit que nous n'attachions pas une grande importance à l'idée d'une classification. Cependant, il convient d'observer que, dans un très grand nombre de mécanismes, tous les couples qui y figurent sont des couples d'emboîtement.

Nous pouvons donc diviser les machines en deux catégories, les unes dont tous les couples sont des couples d'emboîtement, les autres qui contiennent d'autres couples qui ne sont pas d'emboîtement.

Les premières machines elles-mêmes se grouperont en sous-classes selon la nature des couples d'emboîtement. Par exemple, si tous ces couples sont rotoïdes, on a la grande classe des systèmes articulés. L'étude de ces mécanismes s'accompagnera naturellement de l'étude de leurs transformés.

Si l'on songe à la multitude de mécanismes qui se déduisent par transformation du seul quadrilatère articulé, on se rendra compte que cette méthode est de nature à grouper autour des systèmes articulés un très grand nombre de dispositifs.

Du reste, les combinaisons du couple vis, du couple prismatique, du couple verrou, du couple plan, du couple sphérique, entre eux ou avec le couple rotoïde, fournit encore une grande catégorie de dispositifs (joints, vis différentielle, réglettes, etc.), auxquels sont encore applicables les procédés de transformation.

La seconde catégorie de mécanismes comprend ceux qui admettent d'autres couples que des couples d'emboîtement. Ces couples peuvent être de l'une des catégories, cylindrique, conique, gauche. De plus, ils peuvent être discontinus et donner lieu alors aux trains d'engrenages et aux trains épicycloïdaux, ou bien non discontinus comme les cames, les excentriques.

Sans que j'aie besoin d'insister, on voit comment la nature des

couples permettra de coordonner les chaînes de cette nouvelle catégorie. Du reste, certaines d'entre elles auront pu dériver par transformation des chaînes de là classe précédente.

L'étude des chaînes se terminera par l'examen de celles où figurent des organes déformables. membranes, fils ou liquide, examen qui se complètera toujours par celui des conditions de la garde contre le relâchement et la production des déplacements dissociatifs.

25. — Mais l'étude des mécanismes serait incomplète si l'on se bornait à l'examen des conditions de la production normale des déplacements conservatifs des liaisons. La question de la production normale des déplacements dissociatifs s'impose également. Comme nous l'avons déjà dit, cette question offre deux points de vue.

En premier lieu, le point de vue du montage, du démontage et de la garde contre le démontage, qui appelle les dispositifs de sûreté.

En second lieu, l'utilisation de ces déplacements dissociatifs dans les embrayages, enclanchements, verrouillages.

Il conviendra donc de développer convenablement ces deux questions, complément indispensable de l'étude des mécanismes.

Pour terminer, j'indiquerai un mode de représentation des mécanismes que je crois préférable au système de notations chimiques que Reuleaux a adopté.

Je construis un tableau distribué en lignes et en colonnes et présentant une case à l'intersection de chaque ligne et de chaque colonne ; en tête de chaque ligne. j'inscris les membres constitutifs de la chaîne A, B, C, D,... Je fais de même en tête de chaque colonne.

Supposons que A soit contigu à C et qu'un couple rotoïde soit établi, où A porte la forme en creux et C la forme en plein. Alors, dans la case où la ligne A coupe la colonne C j'inscrirai *surface rotoïde creuse*, tandis que dans la case où la ligne C coupe la colonne A, j'inscrirai *surface rotoïde pleine*. Et ainsi de suite pour tous les couples d'éléments.

J'obtiendrai ainsi une représentation du mécanisme au moyen d'un tableau dans laquelle deux cases symétriques par rapport à la diagonale renferment deux éléments cinématiques conjugués.

TABLE DES MATIÈRES

		Pages
Introduction		5
Chapitre I.	— Travaux antérieurs	7
Chapitre II.	— Mécanisme et machine	16
Chapitre III.	— Systèmes binaires et couples d'éléments	20
Chapitre IV.	— Chaînes cinématiques	27
Chapitre V.	— Chaînes secondaires	32
Chapitre VI.	— Transformations	36
Chapitre VII.	— Organes déformables	41
Chapitre VIII.	— Assemblages, montage et démontage des chaînes	43
Chapitre IX.	— Conclusions	50

ERRATA

Pages	*Lignes*	*Au lieu de :*	*Lire :*
8	5	souvent contradictoires	souvent non contradictoires
8	2 en remontant		suffisants d'une classification
10	20	contrepoids	contrepied
10	2 en remontant	dix roues	deux roues
11	8 »	Leupolden	Leupold
11	11 »	large	longue
12	7 »	susciter	succéder
12	9 »	c'est	C' est
16	20 »	animés	minces
17	7 »	partie	portée
17	16 »	par	pour
20	7 »	rotatif	relatif
22	1 en descendant	conditions	relations
28	1 »	$L = (6n - 1) - l$	$L = 6(n - 1) - l$
30	2 »	décinetique	dicinétique
30	24 »	par	pour
30	22 en remontant	était	étant
30	14 en remontant	seul	tel
30	4 »	centre	contre
33	9 »	non	sera
33	17 »	A_q	A_4
37	10 en descendant	pleine	plane
37	3 en remontant	par	pour
38	15 en descendant	marche	membre
38	4 en remontant	du centre O	de centre O
44	19 »	ses	leurs
45	12	par	pour
48	17	se mouvait	se mouvrait
51	1 en remontant	pour	par
52	10 »	fournit	fournissent
53	2 »	laquelle	lequel

SAINT-AMAND (CHER). — IMPRIMERIE BUSSIÈRE.





